2.1.2 Kartézský součin

Kartézský součin množin *A*, *B*:
Jsou dány množiny *A*, *B*. Kartézský součin $A \times B$ je množina všech uspořádaných dvojic $[x, y]$, kde $x \in A, y \in B$.

Př. 1: Jsou dány množiny $A = \{a; b\}$, $B = \{0; 1; \pi\}$.
a) Sestroj kartézský součin $A \times B$.
b) Sestroj kartézský součin $A \times A$.

a) kartézský součin $A \times B$.
Máme sestavit všechny dvojice $\Rightarrow$ $A \times B = \{[a,0],[a,1],[a,\pi],[b,0],[b,1],[b,\pi]\}$
b) kartézský součin $A \times A$.
$A \times A\{[a,a],[a,b],[b,a],[b,b]\}$

Př. 2: Je dán kartézský součin $C \times D = \{[1,2],[1,3],[0,2][0,3]\}$. Urči množiny *C*, *D*.

$C = \{1,0\}$, $D = \{2,3\}$.

Př. 3: Je dána množina $M = \{[1,1],[1,2],[3,2]\}$. Je tato množina kartézským součinem $E \times F$ množin *E*, *F*?

Př. 4: Doplň množinu *M* z předchozího příkladu co nejmenším počtem prvků tak, aby doplněná množina byla kartézským součinem $E \times F$ množin *E*, *F*.

V množině chybí druhá uspořádaná dvojice prvku 3 - $[3,1]$.
$E = \{1,0\}$, $F = \{2,3\}$

Př. 5: Množina *G* má pět prvků, množina *H* má 10 prvků. Kolik prvků má kartézský součin množin $G \times H$?

Ke každému prvku z *G* musíme vytvořit dvojice se všemi prvky z *H*, tedy 10 dvojic ke každému prvku z *G*, dohromady $5 \cdot 10 = 50$ dvojic.

Př. 6: Sestav definici kartézského součinu tří množin A_1, A_2, A_3.

Kartézský součin $A \times B$ je množina všech uspořádaných dvojic $[x, y]$, kde $x \in A, y \in B$.
Kartézský součin $A_1 \times A_2 \times A_3$ je množina všech uspořádaných **trojic** $[x, y, z]$, kde $x \in A_1, y \in A_2, z \in A_3$.

Kartézský součin množin A_1, A_2, A_3:
Jsou dány množiny A_1, A_2, A_3. Kartézský součin $A_1 \times A_2 \times A_3$ je množina všech uspořádaných **trojic** $[x, y, z]$, kde $x \in A_1$, $y \in A_2$, $z \in A_3$.

Př. 7: Jsou dány množiny: $A_1 = \{1,2\}$, $A_2 = \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right\}$, $A_3 = \left\{\sqrt{2}, \sqrt{6}\right\}$. Urči počet prvků kartézského součinu $A_1 \times A_2 \times A_3$. Urči kartézský součin $A_1 \times A_2 \times A_3$.

Všechny tři množiny mají po dvou prvcích $\Rightarrow$ 2 možnosti na první místo v trojici, dvě možnosti na druhé místo, ke každému na prvním místě a 2 možnosti na třetí místo, ke každé kombinaci na prvních dvou místech $\Rightarrow$ tedy $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ možností.

$A_1 \times A_2 \times A_3 =$

$$\left\{\left[1, \frac{1}{2}, \sqrt{2}\right], \left[1, \frac{3}{4}, \sqrt{6}\right], \left[1, \frac{3}{4}, \sqrt{2}\right], \left[1, \frac{1}{2}, \sqrt{6}\right]\left[2, \frac{1}{2}, \sqrt{2}\right], \left[2, \frac{3}{4}, \sqrt{6}\right], \left[2, \frac{1}{2}, \sqrt{6}\right], \left[2, \frac{3}{4}, \sqrt{2}\right]\right\}$$

Př. 8: Sestav definici kartézského součinu *n* množin $A_1, A_2, ..., A_n$.

Kartézský součin $A \times B$ je množina všech uspořádaných dvojic $[x, y]$, kde $x \in A, y \in B$.

Kartézský součin $A_1 \times A_2 \times ... A_n$ je množina všech uspořádaných **n-tic** $[a_1, a_2, ..., a_n]$, kde $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, ..., a_n \in A_n$.

Kartézský součin n množin:

Jsou dány množiny $A_1, A_2, ..., A_n$. Kartézský součin $A_1 \times A_2 \times .... \times A_n$ je množina všech uspořádaných **n-tic** $[a_1, a_2, ..., a_n]$, kde $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, ..., a_n \in A_n$.